DA UNO A INFINITO. AL CUORE DELLA MATEMATICA
Martedì 24 agosto 2010, ore: 11.15 **Sala A2**

Presentazione della mostra. Partecipano: **Raffaella Manara**, Insegnante di Matematica e Curatrice della mostra; **Edward Nelson**, Docente di Matematica al Department of Mathematics, Princeton University. Introduce **Marco Bramanti**, Docente di Analisi Matematica all'Università Politecnico di Milano e Curatore della mostra.

MARCO BRAMANTI:
Buongiorno a tutti e benvenuti a questo incontro di presentazione della mostra *Da uno a infinito. Al cuore della matematica*, curata dalla associazione Euresis. Ringrazio tutti voi per questa partecipazione numerosa, non solo questa mattina all'incontro ma anche e soprattutto alla visite che stanno avendo luogo in fiera, che sono veramente affollate. Salutiamo gli ospiti che abbiamo con noi: Edward Nelson, che è Docente di Matematica al Department of Mathematics, Princeton University, che con il suo contributo ci aiuterà a riflettere sul tema della mostra e Raffaella Manara, Insegnante di Matematica nelle scuole superiori a Milano e coordinatrice del gruppo dei curatori della mostra, la quale quindi ci potrà meglio introdurre al come e al perché della mostra.
Prima di dare la parola ai nostri ospiti, volevo brevemente cercare di inquadrare questa mostra nel contesto del Meeting, questo grande Meeting dal titolo: "Quella natura che ci spinge a desiderare cose grandi è il cuore". Devo dire che quando nei mesi scorsi mi capitava di parlare con qualche amico o collega del fatto che stavamo preparando una mostra sulla matematica la domanda tipica era: "ma in che senso una mostra sulla matematica, su che cosa?" E la domanda mi metteva un po' in imbarazzo in effetti, perché si trattava di dire che questa non era una mostra su un aspetto in particolare, era una mostra sulla matematica in generale e questo era terribilmente ambizioso e presuntuoso, come se si potesse, in una mostra, dire cos'è la matematica o raccontare la matematica tutta. Eppure in qualche modo questa è una mostra che non va su un dettaglio ma che punta al cuore, punta a comunicare il nocciolo della matematica, quali sono le sue motivazioni, i motivi di fascino e in che senso può parlare al cuore dell'uomo. Quindi una mostra che si rivolge a tutti, che vuole essere la proposta di un incontro con la matematica in termini personali e quindi si è privilegiato tutto ciò che nella mostra si può vedere, toccare, ascoltare rispetto ai discorsi. Una proposta che è fatta a tutti anche a chi, come tanti, la matematica l'hanno archiviata da anni, da quando erano a scuola, come qualcosa che non c'entra con me, che non mi interessa, che non fa per me, e così via. E quindi su questo mi permetto di fare anche una raccomandazione, insomma: cerchiamo di superare il pregiudizio che tipicamente nasce quando si nomina la parola matematica, tanto io non capirò niente. Superiamo questo dando fiducia al lavoro di chi per mesi ha cercato proprio di rendere comunicabile, visibile, incontrabile la matematica. Quindi una mostra per tutti, ma perché dovrebbe interessare a tutti, cosa c'entra col tema del Meeting? Bèh, vorrei provare a dire qualcosa su questo. La matematica è uno dei grandi metodi di conoscenza che l'umanità abbia saputo inventare, una delle grandi strade della ricerca del vero insieme al metodo scientifico, al metodo filosofico e qualche altro (naturalmente ogni metodo ha valore nel proprio ambito, non è che siano alternativi). Ed è un metodo che ha qualcosa di interessante per il cuore dell'uomo, delle caratteristiche interessanti per il cuore dell'uomo. Anzitutto è un metodo che ha la capacità di generare un accordo vastissimo tra le persone. Quando diciamo banalizzando: e sì, in matematica 2+2 fa 4, diciamo qualcosa di corretto. Cioè in matematica è normale essere d'accordo attorno a ciò che è vero e che è falso, e questo non è poi una cosa così frequente nelle vicende umane.

La matematica ha anche la caratteristica di essere una tradizione vivente, che prosegue da duemilacinquecento anni e che prosegue come un sapere cumulativo, in cui nessuna rivoluzione azzera il passato, ma in cui c'è veramente una amicizia tra progresso e tradizione. E questo significa che questa concordia, questa comunanza, questa concordia che attorno a ciò che è vero e falso non attraverso soltanto lo spazio ma anche il tempo, ci mette in qualche modo in contatto con chi ci ha preceduto. Un'altra caratteristica interessante di questo metodo: la matematica per un verso è la disciplina più astratta che ci sia, ma per un altro verso si dimostra, si è dimostrata capace di una sorprendente presa sulla realtà fisica, sulla realtà concreta, come ci testimonia in particolare la storia degli ultimi trecento anni della scienza intrecciati al metodo matematico. Quindi un'astrazione che non è affatto nemica della realtà ma anzi in qualche modo ci mette in contatto con la realtà. E infine un'osservazione che ha più a che fare con i matematici e le loro motivazioni soggettive, e cioè la loro ricerca della bellezza. È evidente in chi si occupa di matematica nella ricerca, in chi la insegna con gusto e con passione, e anche semplicemente in chi la studia con gusto e con passione, che nella matematica la ricerca della matematica è sempre intrecciata come motivazione soggettiva a una ricerca di bellezza; c'è una ricerca di simmetria, di armonia, di eleganza, di semplicità, di generalità che si intreccia come motivazione soggettiva, come spinta fortissima a questa ricerca di verità. Quindi vediamo che emergono, cercando di andare al cuore della matematica, queste note, una ricerca del vero, una ricerca del bello, una ricerca del vero che sia condivisa nello spazio e nel tempo. Tutte queste non sono forse cose grandi che la nostra natura ci spinge a desiderare? Quindi si comincia a intuire come andando al cuore della matematica siamo portati a sfiorare il cuore dell'uomo. E questi che ho detto sono ovviamente solo degli spunti iniziali, perché poi il tutto va approfondito nell'incontro personale che ognuno può fare con la matematica e con i matematici, cioè con delle persone che hanno fatto di essa la loro attività, il loro interesse, la loro passione. E questo è il motivo per cui non ci fermiamo certo qui ma invitiamo a visitare la mostra che aggiunge ben altro rispetto a questi pochi spunti che ho dato e questo è anche il motivo per cui siamo qui ad ascoltare certe persone che ci daranno il loro contributo con il loro intervento. Allora cominciamo con Edward Nelson. Come ho già detto è professore di matematica all'Università di Princeton; è un matematico dagli interessi veramente vasti, e dall'esperienza veramente vasta di ricerca, perché ha toccato l'analisi funzionale, il calcolo delle probabilità, la fisica matematica, in particolare le teorie quantistiche; per alcuni suoi contributi fondamentali alle teorie quantistiche ha vinto un premio prestigioso nel '95, poi negli anni più recenti si è occupato molto di logica e di fondamenti della matematica. Quindi un ventaglio impressionante di interessi, e interessi coronati di risultati interessanti, e un'esperienza molto vasta, molto ricca. E quindi a lui mi sento proprio di chiedere di commentare per noi il tema di questa mostra, e la domanda la porrei proprio nei termini più generali, cioè che cos'è per te il cuore della matematica e in che senso questo può essere interessante per noi, per il cuore dell'uomo?

EDWARD NELSON:
Grazie. Cercherò alla fine di questa presentazione di rispondere alla domanda: qual è il cuore della matematica? Ma prima è necessario parlare della natura della matematica. E voglio cominciare con un aspetto strano e interessante della matematica e cioè il potere del paradosso. Primo paradosso. Per studiare il ragionamento matematico è necessario togliere ogni significato dal ragionamento. Comincio con il paradosso più difficile mentre siamo ancora svegli. Certamente questo procedimento non ha senso per la scienza, di togliere il significato. Ma la matematica non è una scienza. Forse l'analogia migliore è la musica. Che significato ha l'inizio della quinta sinfonia di Beethoven? Non significa, ma è. Per esempio nella formulazione originaria della aritmetica di Peano, il principio di

induzione matematica richiedeva la comprensione della nozione di proprietà. E similmente per la teoria degli insiemi Zermelo. Oggi c'è un modo molto chiaro per distinguere fra un sistema di assiomi che richiede una comprensione del significato e un sistema formale. Nel secondo caso si può programmare un computer col sistema, ma non nel primo caso. I sistemi di Peano e Zermelo, nelle formulazioni originarie, falliscono questo criterio. Ecco Giuseppe Peano, grande matematico della fine dell' '800 e anche del '900, ecco Zermelo, matematico tedesco. Lo studio del ragionamento matematico, come esso stesso parte della matematica, cioè una struttura astratta, è dovuto al grande matematico David Hilbert, nato nel 1862 e morto nel 1943; era un grandissimo matematico e anche un brav'uomo; era femminista, si opponeva al nazismo. È stato lui a capire che per studiare il ragionamento della matematica con la stessa chiarezza e precisione con cui i matematici studiano la geometria e l'analisi, è necessario scartare la semantica e concentrarsi sulla sintassi. Ogni progresso successivo nella logica matematica dipende da questo discernimento di Hilbert. Per esempio: i teoremi di incompletezza di Gödel. Ecco Gödel è stato chiamato "il più grande logico dopo Aristotele", ma a mio parere sarebbe più esatto chiamare Aristotele il più grande logico prima di Gödel. Altro esempio: i teoremi di indipendenza nella teoria di insiemi, Paul Cohen. Paul ed io eravamo studenti insieme all'università, egli è morto tre anni fa. Terzo esempio: l'applicazione della logica matematica al problema difficile dell'algebra. Da Julia Robinson, grande matematica del '900. Secondo paradosso. Ecco un altro paradosso potente, il paradosso di Berry, G. G. Berry, bibliotecario alla Oxford, Bodleian Library. Ecco il paradosso: consideriamo il minimo numero non nominabile in meno di undici parole. Sto facendo una presentazione di matematica, dunque facciamo un atto di matematica, l'atto più primitivo, cioè contiamo. Abbiamo nominato questo numero con dieci parole, è questo il paradosso. Il minimo numero non nominabile in meno di undici parole lo abbiamo appena nominato in dieci parole. Sembra una sciocchezza, ma un matematico americano, ha usato quest'idea per dare una dimostrazione molto più semplice del primo teorema di incompletezza di Gödel, molto ma molto più semplice. Terzo paradosso. Le equazioni della meccanica quantistica hanno una soluzione ben determinata ma le predizioni della teoria non sono determinate. Vedete, la stanza della matematica è realtà e nel numero tre. Nella meccanica quantistica si può predire soltanto la probabilità di un risultato e è per questo che Einstein non ha mai accettato la teoria della meccanica quantistica come una teoria completa. La meccanica quantistica è la teoria scientifica più potente che ci sia, ma più di 80 anni dopo l'inizio di questa teoria non c'è nessun consenso sul significato, sull'interpretazione della teoria. Ci ho lavorato io per anni, ma sono più perplesso oggi che all'inizio. Questo è un paradosso ancora non risolto. Ecco l'equazione di Schrödinger, equazione alla base della meccanica quantistica: è bella semplicemente come un disegno, non è vero? Ed ecco Schrödinger. Quarto paradosso. L'oggetto può essere ruotato attraverso 360° ed entrare in un altro stato fisico. Ma dopo due giri interi (720°) ritorn a allo stesso stato. Così l'elettrone di Dirac. Ed ecco Dirac. Questo paradosso si può dimostrare, vi invito a togliere la cintura. Coraggio, siamo seduti, non c'è nessun pericolo che caschino i pantaloni. Portate in alto l'elettrone. Questo è uno stato dell'elettrone. Allora facciamo un giro intero (360°): ecco un altro stato dell'elettrone. E si vede che c'è un nodo, una noccatura. È legittimo far passare una parte "lisciamente" della cintura, così, ma resta sempre con un nodo. Bene. Ma avete provato? Adesso facciamo due giri interi. Sembra uno stato ancora più complicato ma proviamo. No, è lo stato originale. Ci sono due stati dell'elettrone. Questo è un paradosso risolto, fa parte della meccanica quantistica, l'equazione di Dirac. Quinto paradosso. In inglese, è quello che è molto più importante, in greco "rapporto" e "razionale" sono quasi la stessa parola. Ma il rapporto tra la diagonale di un quadrato e il lato è irrazionale. Galleria storica, pannello due, c'è anche un disegno in terra, sul pavimento. Dunque "rapporto" e "razionale" in greco sono quasi la stessa parola. Permettetemi di dire "ratio" invece di "rapporto". Dunque la ratio è irrazionale, questo è il paradosso. Ecco, questo è il primo grande teorema della matematica, dovuto ai pitagorici. Ecco, Pitagora nel sesto secolo avanti Cristo. E la dimostrazione non è difficile. Sia a diviso per b al quadrato uguale a 2, dove a e b sono numeri interi (1,2,3,4 eccetera). Dimostriamo che non è possibile che il rapporto radice quadrata di 2 non sia un numero razionale. Se entrambi a e b sono pari possiamo dividere tutti e due per 2 ripetutamente e alla fine almeno uno di a e b è dispari. Ok? Dunque scriviamo l'equazione così: $a^2= 2b^2$. Allora si vede che a^2, e quindi anche a, è pari. Se il quadrato è pari anche il numero è pari. 4 è il quadrato di 2, 16 è il quadrato di 4 e così via. Si può dimostrare anche questo facilmente. Dunque a è pari. Possiamo scrivere a nella formula a=2c e sostituiamo 2c per a. $2c^2 = 2b^2$ e perciò cancelliamo un fattore di 2. $2c^2 = b^2$. quindi anche b è pari, non è in contraddizione, con due d. è questa la dimostrazione. Come ho detto questo teorema era una grandissima sorpresa per i matematici greci e ha avuto molte conseguenze. Quinto paradosso. Il moto casuale, non "causale" ma "casuale", il moto a caso, dimostra regolarità straordinaria. E ci sono alcuni pannelli che dimostrano questo fatto straordinario, che il moto che sembrava non avere struttura, il moto stocastico, dimostra regolarità. Ecco mille esempi del processo di Wiener, il moto stocastico. Ecco una regolarità. Sia μ di n = a +1 oppure a -1 a caso, just un caso con probabilità 1/2 (un mezzo), dunque non c'è preferenza per +1 e non c'è preferenza per -1. Allora certamente per ogni alfa, per ogni numero alfa superiore a 1/2 esiste il numero k, tale che per ogni n la somma dei passi è inferiore a k con n alla potenza (k^n). Che vuol dire questo? Questo risultato vuol dire che il moto casuale, stocastico, certamente dopo n passi non devia molto più della radice quadrata di n dal punto di partenza. Perché alfa può essere molto vicino a 1/2. Ripeto, questo risultato vuol dire che il moto stocastico con certezza dopo n passi non devia molto più della radice quadrata di n dal punto di partenza. Notate bene questa formula, la rivedremo. E adesso l'ultimo paradosso, numero sei. I problemi più semplici da proporre possono essere i più difficili da risolvere. E ieri ho visto che c'è anche un pannello alla mostra che illustra questo paradosso, il problema isoperimetrico. Il problema più importante della matematica è l'ipotesi di Riemann. Ecco Bernhard Riemann, grande matematico dell'ottocento, morto a 39 anni. Sia μ(n) la funzione di Möbios. Möbios era un matematico del settecento e all'inizio dell'ottocento. La funzione di Möbios, cioè μ(n) è = +1 se n è il prodotto di un numero pari di primi diversi (i primi sono 2,3,5,7,11 eccetera, cioè che non hanno divisori), e μ(n) = -1 se n è il prodotto di un numero dispari di primi diversi. μ(n) = 0 se n non è un prodotto di primi diversi. Perciò abbiamo questa funzione: +1 con un numero pari di divisori primi; -1 con un numero dispari di divisori primi. Ecco una formula dell'ipotesi di Riemann, il più importante problema per tutta la matematica. Questa ipotesi asserisce che per ogni numero alfa superiore a 1/2 esiste un numero k tale che per ogni n la somma dei passi è inferiore a k con n alla potenza. La stessa formula che abbiamo già visto per il moto casuale. Allora l'ipotesi di Riemann vuol dire che la somma dei valori della funzione di Möbios si comporta esattamente come il moto stocastico. E perché no? Perché i numeri dovrebbero avere la preferenza per il numero pari di divisori prima o viceversa, ma nonostante i tentativi dei più grandi matematici da più di 150 anni, nessuno ha potuto risolvere questo problema. Forse questo problema non vi sembra tanto semplice ma se anche il matematico apre a caso un periodico di matematica, se non è esperto nel ramo della matematica trattato nell'articolo probabilmente non capirà un bel niente. Ma l'ipotesi di Riemann si può spiegare anche a quelli che non sono matematici con un po' di fatica. Ecco un altro problema aperto, ancora più semplice ma molto meno importante. Un numero è detto "perfetto" se è la somma dei suoi divisori. Per esempio i divisori di 6 sono 1,2,3 e 6 è uguale alla somma 1+2+3; anche 28 è perfetto: i divisori sono 1,2,4,7,14 e fai l'aritmetica, la somma di questi numeri, di questi divisori è 28. Questo concetto risale a Pitagora, sesto secolo avanti Cristo. Euclide ha dimostrato un bel teorema sui numeri perfetti pari e duemila anni più tardi, nel settecento, Eulero, ha dimostrato l'inverso del teorema di Euclide. Ma ecco il problema aperto: esiste un numero perfetto dispari? Questo problema rimane irrisolto dopo duemilacinquecento anni e ancora ci si lavora. In quale altro campo si può dire che lo spirito umano dimostra tanta tenacia? Questo problema non è importante per la tecnologia e non è nemmeno importante per lo sviluppo ulteriore della matematica, ma dobbiamo sapere. Ecco il cuore della matematica: quella natura che ci spinge a desiderare cose grandi. La matematica è utile per la scienza e per la tecnologia, ma il cuore della matematica è la battaglia contro l'ignoto. Ecco la tomba di David Hilbert, ci sta scritto: "Wir müssen wissen. Wir werden wissen", "Dobbiamo sapere. Sapremo".

MARCO BRAMANTI:
Ringraziamo Edward Nelson per questo suo intervento così ricco di spunti affascinanti. Questa ultima affermazione, il cuore della matematica è la battaglia contro l'ignoto, mi sembra che rifletta e incarni proprio nella vita del ricercatore quel desiderio infinito di verità che è proprio di tutto l'uomo, così come tanti altri spunti che lui ha dato sono affascinanti. Questo fatto misterioso che in matematica sembra che tutto possa c'entrare con tutto, come hanno mostrato questi ultimi suoi paradossi, l'astratto col concreto, un campo con altro, questa apparente sconfinata libertà del matematico che deve però sempre obbedire in qualche modo a un oggettivo, a delle regole, a qualche cosa. Bene. Adesso, Raffaella Manara. Raffaella Manara, come abbiamo già detto, insegnante di scuola, persona di vastissima esperienza didattica, ha scritto libri di testo, libri sull'insegnamento, ma soprattutto credo di poter dire ha lavorato con un numero impressionante di altri insegnanti oltre che studenti con grande passione proprio per l'insegnamento della matematica, per l'educazione, per l'istruzione. E inoltre è colei che ha coordinato il gruppo di noi curatori della mostra con grande passione, determinazione e anche con una immensa pazienza, resa necessaria dal dover mettere insieme tutti questi tasselli di mosaico e tutte queste persone. Bene, con lei vogliamo proprio entrare nella mostra, nel suo come, nel suo perché. Quindi io ti chiedere proprio di dire quali sono le motivazioni per cui la mostra è stata fatta, in qualche modo come è strutturata, come accostarsi alla visita di questa mostra.

RAFFAELLA MANARA:
L'idea e il desiderio di una mostra sulla matematica fermentava da tempo in un gruppo di studenti e di docenti che in amicizia vivevano, hanno vissuto, l'esperienza dell'avventura della matematica e desideravano trovare una strada per comunicarla. Negli ultimi anni diversi insistenti interventi di Benedetto XVI ci hanno ulteriormente spinto con grande precisione e insistenza a insistere in questo progetto; il Papa continuamente ha ridetto che la matematica è un aspetto importante, è qualcosa di presente nella vita dell'uomo moderno, influente nella cultura dell'uomo moderno, importante per la nostra persona; e siccome siamo ben convinti di questo, questa continua sollecitazione ci ha ulteriormente interrogato e gli amici di Euresis ci hanno ripreso e dato lo spunto per questa mostra, nel contesto di un Meeting che aveva un titolo per noi meraviglioso, qualcosa che ha a che fare con il cuore dell'uomo.
In questi anni di matematica si parla molto, non soltanto nell'ambiente in cui io sono più familiare, che è quello della scuola, in cui ha sempre rappresentato una presenza indispensabile ma anche problematica, una pietra di inciampo ben conosciuta; in questo periodo, in questi anni c'è stata un'ampia divulgazione matematica con molte e numerose pubblicazioni e, per esempio, anche con altri tipi di proposte, forse conosciamo o seguiamo un telefilm come *Numbers*, che vede tra i suoi collaboratori illustri matematici, e propone una cosa un po' insolita, al centro la figura di un matematico e la funzione della matematica come elemento determinante nello scioglimento di certe questioni. Quale

punto di vista volevamo prendere noi per non immetterci in un filone intanto non sempre corrispondente con quello che vogliamo comunicare e poi non ridondante? Non volevamo fare un discorso sulla matematica, volevamo provare a vedere se riuscivamo a far vedere la matematica dal di dentro, cioè a comunicare un pezzettino, un punto d'attacco, un inizio di che cos'è l'esperienza della matematica e se è possibile incontrare la matematica.

È chiaro che la matematica è talmente vasta che quello che proponiamo non è che un piccolo ingresso, l'apertura di un pertugio; ma anche la fessura, aprire la porta anche di poco può permettere di far passare un raggio di luce. Allora abbiamo cercato un accesso che possa essere offerto a tutti, non solo agli specialisti; vorremmo poter arrivare al cuore di ognuno, chiedendo soltanto di apprestarsi a visitare la mostra superando eventuali preconcetti o giudizi dati sulla questione: "non fa per me" oppure già dati su che cosa può essere la matematica, un sapere freddo, concluso, sicuramente molto essenziale, di cui se ne può anche fare a meno e che quindi non mi tocca. Provare per una volta a vedere se c'è qualcosa anche per me, anche per te, anche per ciascuno di noi. Una delle cose più belle e che anche ci ha sostenuto nel lavoro già nominato, è stato che questo punto di partenza ha visto l'adesione di molti. Non so quante persone che ho conosciuto per conoscenza o anche mai conosciute, hanno detto: "beh, se è così io ci sto, io voglio farla la mostra, io voglio esserci".

E questo è stato bellissimo. Ma altrettanto bello è stato vedere come persone che hanno appunto collaborato con noi non perché matematici, ma per esempio per tutto il lavoro di allestimento, per il lavoro di organizzazione, si sono talmente immedesimati, hanno talmente colto la questione che sono riusciti a farci fare dei passi molto più grandi. Per esempio vi sto mostrando, anche se è leggermente sbiadita, la pianta della mostra, che è stata veramente una possibilità di esprimere nell'allestimento quello che noi volevamo dire; una pianta estremamente rigorosa e geometrica, ma di un dinamismo interessantissimo, che dopo naturalmente illustrerò, e di un bellezza anche notevole.

Ma non solamente gli architetti ci hanno sorpreso, anche i grafici che hanno realizzato delle cose veramente notevoli, dimostrando soprattutto l'immedesimazione con la questione anche per chi non partiva da una conoscenza matematica; infine noi stessi abbiamo vissuto quest'esperienza in un modo che alla fine ci ha sorpreso come sempre succede; è stato un lavoro che possiamo riconoscere come un lavoro di ricerca e di ricerca vissuta in comune, che ci ha portato a una comprensione di cose che alcuni di noi sanno e sanno anche molto bene, altri meno, altri devono ancora imparare, ma non è solamente una questione di imparare, è una comprensione del perché, una comprensione di cosa vuol dire, una comprensione del cuore della questione, che è stato il valore per noi di avere costruito e lavorato su questa mostra.

Allora il nostro desiderio è di poter incontrare la matematica, il punto di partenza per incontrare qualcosa è incontrare gli uomini che la fanno, i matematici; e questi uomini sono le persone, tra cui i presenti, le persone viventi. Chi oggi vive e fa matematica, chi è? Cosa fa? Cosa vive? Abbiamo incontrato altre persone anche nel corso del lavoro durante l'anno, e a loro abbiamo posto queste domande, a loro abbiamo chiesto che esperienza di senso era per loro, che cosa vuol dire, che cosa ne guadagnano. Ma anche ai maestri e ai matematici del passato abbiam rivolto le stesse domande, matematici del passato ben rappresentati in quella che chiameremo galleria storica, in cui ciò che incontriamo sono volti di uomini e avventure di uomini; uomini che hanno accettato di stare sui problemi e si sono impegnati in questo.

La storia della matematica è veramente un altro degli aspetti a cui il Papa ci richiama continuamente, perché la sua insistenza sul ritrovare le radici nella cultura greca del nostro mondo, come fonte della nostra razionalità, per la matematica è essenziale, e noi ci ritroviamo completamente in questo - e infatti la partenza della questione è lì.

Altri matematici del passato ci accompagnano e ci guidano - questo non lo vedrò nei dettagli - ma anche matematici di un passato molto recente, molto vicini a noi, la cui eredità stiamo vivendo, e che ci manifestano il significato della matematica come manifestazione dell'amore per la sapienza. Le parole di De Giorgi le leggo perché esprimono veramente bene quello che noi potremmo sforzarci di dire con parole meno adatte: "La matematica è caratterizzata da un lato da un grande libertà, - e questa parola vuol dire il cuore dell'uomo - dall'altro dall'intuizione che il mondo è fatto di cose visibili e invisibili e che la matematica forse ha una capacità unica tra le altre scienze di passare dall'osservazione delle cose visibili all'immaginazione delle cose invisibili, e questo forse è il segreto della forza della matematica". Direi che pone una delle chiavi di lettura della mostra. Una delle cose per cui non si può non appassionarsi alla matematica, secondo me, è la continua dialettica tra la ragione e l'esperienza, tra la realtà, la realtà materiale, fisica, percepibile e la realtà del pensiero, le cose visibili e le cose invisibili di cui parla De Giorgi. La matematica è fatta di entrambe, è un percorso continuo che è in tutte e due, è un continuo rimando tra la ragione e l'esperienza e il segreto della forza della matematica, è che non si può partire soltanto dalla sua applicazione, bisogna partire dalla sua natura.
Come vogliamo proporvi l'incontro con la matematica nella mostra? Vogliamo cercare di esplorarla come attività, ripeto non fare un discorso su, ma cercare di esplorarla come attività. E' questa la chiave per comprendere insieme i contenuti, almeno alcuni, e il metodo, due cose che non sono separabili dalla matematica, perché la matematica è un continuo scambio tra forma e contenuto, come dice Freudenhtal, un altro dei nostri maestri.
Allora il punto di partenza è l'impegno della matematica con la spiegazione delle cose, con il perché che la realtà suscita, che la realtà suscita attraverso i problemi.
Abbiamo come inizio l'immagine di un bambino, e questa non è a caso, perché l'apertura che viene chiesta è l'apertura del bambino, il quale, anche giocando, come dico spesso, gioca seriamente, cioè gioca per conoscere, sta sulle cose per conoscere, ha un desiderio di conoscenza che non si calma se non trova una strada di risposta.
Questo è talmente vero che insieme alla nostra mostra, quest'anno è stata proposta una mostra dedicata ai ragazzi, in cui il percorso che noi offriamo agli adulti con un certo livello di attenzione, di attività, è invece proposto con attività ai bambini, attività pensate per loro e adeguate a loro, ma con lo stesso tipo di proposta.
Allora partire da un problema, anche se è un problema semplice, evidentemente, non è un problema matematico di alto livello, è l'occasione per capire come disporsi a stare di fronte alle cose, accettare di misurarsi e capire che questa è coma la sfida che la realtà ci pone, ci chiede di accettarla e di stare sulle cose.
Il metodo poi vuol dire che l'enigma della realtà chiede di muoversi nel modo giusto, non di dar delle risposte casuali, ma di procedere secondo quello che la realtà stessa chiede; allora attraverso la galleria storica, cioè la compagnia di chi ci ha preceduto, ci ha lasciato questa grande tradizione, dal problema iniziale abbandoniamo l'aspetto anche un po' ludico e divertente ed entriamo nel centro della mostra, per incontrare direttamente la matematica attuale, nei suoi aspetti di oggi. Il centro della mostra è lo spazio esagonale, come avete visto nella piantina, che abbiamo chiamato piazza della matematica, che contiene proprio al centro un grande albero, metafora di un modo di guardare la matematica come qualcosa di vivo, radicato e che cresce - che è effettivamente quello che poi la matematica è. Non è forse il modo in cui siamo abituati a pensarla, non è forse l'eredità che noi riceviamo attraverso le esperienze scolastiche che spesso frenano un po' questa questione, ma la matematica è veramente un organismo vitale, in cui le radici contano. Il problema dei fondamenti, su quali radici poggia la matematica, è una delle questioni più interessanti e più importanti.

Intorno al grande albero della matematica vi sono degli esempi, matematiche esemplari, sei scelte di argomenti che corrispondono ai veri problemi su cui la matematica lavora. Vi faccio vedere solo due immagini, perché poi sarebbe, anche soltanto enumerarli, piuttosto lungo. Solo due immagini riguardanti uno il problema chiamato di simmetrie estreme, che è un problema nello stesso tempo geometrico e analitico ed è un problema che ci è giunto dal tempo dei greci cioè di antichissima posizione, ma risolto da De Giorgi, tra l'altro, solo a metà del secolo scorso, il che vi dice tutto il cammino su cui il professor Nelson ci ha già dato esempi.
Questa invece è un'immagine, solo un pezzo, una slide, su un corner dedicato alla crittografia, che è un aspetto molto interessante di come la matematica, di nuovo in modo piuttosto imprevedibile, entra nelle questioni che non sempre direttamente uno si può immaginare. Intorno alla grande piazza, quindi, abbiamo quattro luoghi che abbiamo chiamato *stanze*, in cui è come se volessimo usare la lente di ingrandimento su il cuore, i punti chiave di questioni della matematica; le quattro stanze corrispondono ad andare a capire più a fondo.
La prima è la stanza della dimostrazione, è di nuovo lo sguardo di un bambino che ci chiede di dire dove va a finire il nostro sguardo sulle cose, che cosa vuol dire dimostrare. Problema chiave che corrisponde alla crescita del modo in cui guardiamo le cose; la frase di *Kierkegaard* lo dice chiaramente: “Ciò che si vede dipende da come si guarda, osservare non è solo ricevere, svelare, ma al tempo stesso è già un atto creativo”. La dimostrazione come il cammino di uno sguardo: voglio arrivare a vedere di più, questo vedere, vedere non più fisicamente, ma vedere col pensiero. In questa stanza si va, si cerca veramente di far comprendere il cuore della questione: non tutto ciò che è vero è dimostrabile, alla matematica interessa un certo tipo di questioni, pone altri tipi di questioni, si trova davanti a cose ancora da cercare. Nella stanza della dimostrazione diciamo che abbiamo posto il problema della verità, che cos'è una verità.
Un secondo aspetto, in una seconda stanza, esplora uno dei legami più profondi tra la matematica e la bellezza, che si condensa nella relazione di simmetria. La matematica vuole andare a fondo di questo, cercando di rendersi conto e di descrivere profondamente, anche dal suo punto di vista, che cosa significa la simmetria. Sto parlando delle geometrie straordinarie presenti nell' Alhambra, in Spagna, che vengono completamente descritte matematicamente solo quando il concetto di gruppo viene proposto ed esplorato all'inizio del ventesimo secolo.
In questa stanza viene mostrato il riflesso di questo in alcune strutture musicali con lo stesso tipo di osservazione, e con in più la considerazione che, quando la scoperta della consistenza e della descrizione completa di questo si trasforma come una gabbia, come se quella fosse la regola o il canone, subito il cuore dell'uomo è teso ad andare oltre e l'espressione artistica usa la simmetria proponendo sempre una piccola rottura della simmetria, cioè la possibilità di andare oltre; questo andare oltre è un'altra delle caratteristiche che troveremo in tutte le stanze.
Terzo aspetto, del tutto affascinante e straordinariamente presente nella matematica è il rapporto con l'idea di infinito. Per i matematici questa è un'esperienza continua e ineliminabile e questo è qualcosa che ha molto a che fare con l'idea di paradosso di cui ha parlato il professor Nelson e ha molto a che fare con il cuore dell'uomo: la scoperta che non riesco a capire la mia esperienza finita se non posso collocarla in un orizzonte infinito. Questo per la matematica è essenziale, il finito testimone dell'infinito dice chiaramente questo: noi lavoriamo con la matematica nel finito, descriviamo e usiamo procedimenti finiti ma non possiamo fare a meno di arrivarci attraverso il concetto di infinito.
Infine l'approfondimento finale, l'ultima delle quattro stanze, è un approfondimento che ci riporta al punto di partenza, che è stato una delle sollecitazioni di Benedetto XVI, ed è il rapporto che la matematica ha con la descrizione razionale della realtà fisica, rapporto

genetico per la matematica, assolutamente ineliminabile, che ha avuto uno sviluppo per altro nella sua storia, con tappe ben precise, e che propone e rilancia la matematica come linguaggio della descrizione dei fenomeni. Noi abbiamo affrontato solo il discorso della realtà fisica ma sappiamo che oggi la matematica ha trovato una quantità enorme di altri campi, è l'idea della matematica come luogo di costruzione di modelli dei fenomeni.
Allora noi vorremmo che il modo in cui abbiamo proposto e abbiamo cercato di parlare di questa esperienza di matematica nella mostra risulti veramente accessibile a tutti e ciascuno possa fare un inizio di esperienza matematica, per cui non aspettatevi una lezione di matematica, anche se si parla di matematica e si vedono molti aspetti di matematica. Quello che sarebbe, che è nel nostro intento è di non dare risposte ma di lasciare aperte molte domande, abituarci che questa è veramente la natura della matematica, fare domande. Allora nella visita non riusciamo in genere a mostrare tutti gli aspetti di cui ho parlato, anche se ci piacciono tutti e cerchiamo di mettere a fuoco, di fare alcuni passi in cui mettiamo a fuoco gli elementi di cui ho cercato di dare le categorie fondamentali. Dopo di che si è liberi di entrare, di tornare, di aprire discussioni con le guide, di fare domande, di chiedere interventi anche ai curatori che volentieri sono disposti a lasciare aperto questo campo; anzi abbiamo anche accostato allo spazio della mostra uno spazio di lavoro, un'auletta di lavoro dedicata al dialogo, all'intervento di persone che vogliono comunicare la propria esperienza, alla interlocuzione con persone che parlano con noi, al racconto di esperienze riguardanti la matematica. Allora alla fine il nostro desiderio è di essere riusciti a spiegare perché questa mostra c'entra moltissimo con il desiderio delle cose grandi che il nostro cuore ha, che è il titolo del Meeting, cerca di proporre, cerca di mostrare quello che noi abbiamo sperimentato, la possibilità di un'avventura profondamente umana, che ci mette in cammino e ci dà dei modi di stare di fronte alle cose a cui non potremmo rinunciare.

MARCO BRAMANTI:
Bene, ringraziamo Raffaella Manara per il suo intervento, che credo sia stato molto utile proprio per introdurci alla concretezza della mostra; volevo riprendere solo una frase che lei ha detto che mi ha veramente colpito: "E' stato un lavoro di ricerca vissuto in comune". Condivido moltissimo questa affermazione, perché una delle cose belle per me nel lavorare in questa mostra è stato il lavoro personale e comune e condiviso di ricerca di significati nel nostro lavoro quotidiano. Chiudo solo puntualizzando, ricapitolando: gli strumenti per fruire della mostra, sono le visite guidate, naturalmente, che ci sono tutto il giorno, partono ogni dieci minuti; l'auletta degli incontri, a fianco alla mostra, ogni giorno c'è fuori un cartello con il programma degli incontri che ci sono in quella giornata e talvolta magari nei giorni successivi; il catalogo che riporta tutti i pannelli della mostra, oltre a qualche articolo di approfondimento, e poi, cosa distinta dalla mostra, ma in qualche modo legata, la mostra per i bambini, che si trova al villaggio dei ragazzi, e lì mi pare che parte un tour di visita ogni tre quarti d'ora e va prenotato. Queste sono un po' tutte le modalità.
Allora, Raffaella ci dice già quali sono gli incontri di oggi nell'auletta.

RAFFAELLA MANARA:
Per esemplificare, oggi pomeriggio nell'auletta di cui parlavo ci saranno tre incontri diversi: alle 14.00 il racconto di un'esperienza didattica in una scuola media, particolarmente bello e affascinante, con un lavoro di laboratorio fatto dai docenti coi ragazzi; alle 15.00 il professor Musso ci propone un approfondimento su "matematica e realtà", che è uno dei temi della mostra e alle 18.30 un approfondimento di alcuni curatori con un loro importante collaboratore sul rapporto tra la simmetria e la musica, di cui abbiamo accennato come elemento di una stanza. Questo per oggi.

MARCO BRAMANTI:
Bene, ringraziamo ancora i nostri ospiti, professor Edward Nelson, professoressa Manara, e grazie a tutti voi per essere intervenuti.