



MAX PLANCK: la rivoluzione quantistica

Nel 1900 in una conferenza della Società Tedesca di Fisica egli diede inizio alla attuale teoria dei quanti, proponendo una soluzione al problema della radiazione del corpo nero che a lui stesso parve inconcepibile e grottesca. La sua idea fu di postulare che l'energia delle onde luminose potesse esistere solo sotto forma di pacchetti discreti, detti **quanti**, essendo il contenuto in energia di ogni pacchetto direttamente proporzionale alla frequenza corrispondente secondo la relazione

$$E = h\nu$$

dove ν è la frequenza e h una costante universale che prende nome dallo stesso Planck. Introducendo i quanti di luce si risolve il problema della catastrofe ultravioletta in quanto si può dimostrare che maggiore è la frequenza tanto minore è il numero di possibili valori dell'energia ammessi.

Planck, proprio perché molto legato alla fisica classica, si rifiutò inizialmente di credere che la quantizzazione fosse una proprietà caratteristica delle onde elettromagnetiche e preferì pensare che fosse piuttosto legata alla capacità degli atomi di emettere e assorbire la radiazione.

Bastano però pochi anni perché Einstein dia consistenza al quanto di luce indipendentemente dal meccanismo di emissione e assorbimento grazie ai suoi studi sull'effetto fotoelettrico. Un'ulteriore conferma dell'esistenza dei quanti di luce verrà nel 1923 con la scoperta dell'effetto Compton.

A chi gli chiese come avesse fatto a inventare una cosa così inaudita come la teoria dei quanti Planck rispose: "Fu un atto di disperazione. Avevo già lottato per sei anni con il problema del corpo nero. Sapevo che il problema era fondamentale e ne conoscevo la legge; una spiegazione teorica doveva trovarsi a qualunque costo, salvo l'inviolabilità delle due leggi della termodinamica. I miei vani tentativi di riconciliare in qualche modo il quanto elementare con la teoria classica continuarono per molti anni e mi costarono molti sforzi. Molti dei miei colleghi videro in ciò quasi una tragedia, ma io la penso diversamente perché la profonda chiarificazione che ricevetti da questo lavoro fu di gran valore per me. Ora so di sicuro che il quanto d'azione ha una parte assai più significativa di quel che sospettassi originariamente".

Nel corso di un indirizzo augurale rivolto a Planck in occasione del suo sessantesimo compleanno, Einstein disse: "Il desiderio di contemplare (...) l'armonia prestabilita è la fonte dell'infaticabile perseveranza e costanza con cui vediamo Planck dedicarsi ai problemi più generali della nostra scienza, senza lasciarsi distrarre da traguardi più allettanti e più facili da raggiungere. Ho spesso sentito dire di colleghi propensi ad attribuire questo atteggiamento a un'eccezionale forza di volontà e disciplina; credo che ciò sia del tutto falso. Lo stato emotivo che rende possibili tali risultati è simile a quello delle persone religiose o innamorate; la ricerca quotidiana non trae origine da un progetto o da un programma, ma da un'esigenza immediata".



Max Planck

9. Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum; von Max Planck.

Hierbei sind h und k universelle Constante. Durch Substitution in (9) erhält man:

$$(11) \quad \frac{1}{\vartheta} = \frac{k}{h\nu} \log \left(1 + \frac{h\nu}{U} \right),$$

$$U = \frac{h\nu}{e^{\frac{k\vartheta}{h\nu}} - 1}$$

und aus (8) folgt dann das gesuchte Energieverteilungsgesetz:

$$(12) \quad u = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{k\vartheta}{h\nu}} - 1}$$

oder auch, wenn man mit den in § 7 angegebenen Substitutionen statt der Schwingungszahl ν wieder die Wellenlänge λ einführt:

$$(13) \quad E = \frac{8\pi c h}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{k\vartheta}{h\nu}} - 1}$$

Hieraus und aus (14) ergeben sich die Werte der Naturconstanten:

$$(15) \quad h = 6,55 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{sec},$$

$$(16) \quad k = 1,346 \cdot 10^{-16} \frac{\text{erg}}{\text{grad}}$$

Das sind dieselben Zahlen, welche ich in meiner früheren Mitteilung angegeben habe.

Estratto dal lavoro di Planck pubblicato nel 1890 sugli *Annalen der Physik* in cui viene introdotta la teoria quantistica



ALBERT EINSTEIN:

la Relatività Ristretta (1879-1955)

Albert Einstein, considerato il "prototipo" dello scienziato del XX secolo, era molto spesso assediato dai giornalisti, che gli chiedevano sempre di riassumere in una battuta il senso delle sue grandi intuizioni, la relatività ristretta e la relatività generale. Un giorno ebbero la seguente risposta: "Prima si credeva che, se ogni cosa sparisse dal mondo, sarebbero comunque rimasti lo spazio e il tempo; dopo la teoria della relatività, insieme con le cose dovrebbero scomparire anche lo spazio e il tempo". In questa frase, apparentemente semplice, è racchiusa veramente l'intuizione di Einstein: le cose influiscono sullo spazio perché lo spazio 'si incurva' in presenza di materia; il tempo scorre in maniera diversa in sistemi di riferimento diversi. La relatività di Einstein sconvolge il nostro senso comune, legato a uno spazio assoluto, in cui "stanno" le cose, e a un tempo assoluto, un fiume che scorre indipendentemente da tutto.

Albert Einstein nasce nel 1879 a Ulm, in Germania. All'età di quindici anni viene con la famiglia in Italia, dove il padre, un piccolo imprenditore ebreo, si trasferisce per lavoro. Si laurea in fisica presso il Politecnico di Zurigo nel 1900. Nel 1901, non essendo riuscito a ottenere una posizione accademica, viene assunto come impiegato all'ufficio brevetti di Berna, dove resta sino al 1909. Ma la sua fama, legata già ai suoi primi straordinari lavori, gli fa ottenere prima una cattedra a Praga, poi a Zurigo e quindi a Berlino, dove resta sino al 1933.



Albert Einstein

Con l'avvento del nazismo, Albert emigra a Princeton negli Stati Uniti, presso l'Institute for Advanced Study, dove resta sino alla morte, avvenuta nel 1955. Nel 1941 aveva preso la cittadinanza americana e nel 1952 aveva respinto l'offerta di assumere la presidenza della Repubblica del giovane Stato di Israele. Le tappe più importanti della sua eccezionale carriera scientifica sono il 1905, in cui vede la luce la teoria della relatività ristretta e il 1916, in cui rende nota la relatività generale. Negli anni successivi approfondisce gli studi di meccanica quantistica che lo porteranno nel 1921 al conseguimento del premio Nobel per l'interpretazione dell'effetto fotoelettrico.

La relatività ristretta

Ciò che porta Einstein alla formulazione della relatività ristretta è una semplice riflessione dal cui approfondimento nasce una formulazione rigorosa. Infatti all'età di sedici anni un suo amico gli fa leggere dei libri di divulgazione scientifica e da queste letture nascono le sue intuizioni. Nella "Autobiografia scientifica" Einstein ricorda di come le equazioni dell'elettromagnetismo lo abbiano lasciato perplesso: "C'è un paradosso nel quale mi sono imbattuto all'età di sedici anni: se io potessi seguire un raggio di luce alla sua stessa velocità, esso mi apparirebbe come un campo elettrico e uno magnetico oscillanti e in quiete, il che va contro le leggi dell'elettromagnetismo per le quali tale perturbazione dovrebbe propagarsi ancora alla stessa velocità."

Tale osservazione rappresenta il germe della relatività ristretta, le cui basi si possono sintetizzare in due postulati. Il primo, noto come Principio di Relatività einsteiniana, asserisce l'assoluta identità di tutte le leggi di natura dedotte sperimentalmente da osservatori che utilizzino sistemi di riferimento diversi, purché inerziali (in moto rettilineo uniforme uno rispetto all'altro). Il secondo riguarda la velocità della luce, o comunque delle radiazioni elettromagnetiche, nel vuoto: secondo le equazioni di Maxwell, essa è una costante fisica, indipendente da qualsiasi parametro. In base al principio di relatività einsteiniana, essa deve avere lo stesso valore in qualunque sistema di riferimento. Per far coesistere questi due postulati Einstein arriva alla conclusione che nei diversi sistemi di riferimento che hanno velocità relative costanti lo spazio e il tempo non possono più essere considerate

grandezze assolute e indipendenti. Quello che in sostanza la teoria propone è di sfruttare l'assolutezza della propagazione della luce per effettuare misure di tempo e di spazio.

Consideriamo per esempio un orologio a luce, costituito da un'asta di lunghezza l con uno specchio R a un estremo e all'estremo opposto una sorgente di luce e un fotorivelatore. Un impulso luminoso emesso dalla sorgente sarà riflesso dallo specchio e ritornerà al fotorivelatore. Ogni volta che un impulso viene rivelato, l'orologio segna un conteggio e viene emesso un altro impulso. Possiamo trovare la relazione che lega il tempo t tra due conteggi successivi alla lunghezza l in condizioni in cui l'orologio sia in quiete in un laboratorio.

Come si vede dalla figura, la distanza totale attraversata da un impulso di luce è $x = 2l$. Essendo c la velocità della luce, si ottiene $x = ct = 2l$ cioè $l = ct/2$. Quando l'orologio è in moto con velocità u rispetto al laboratorio, la distanza che la luce deve attraversare tra due conteggi diviene $2D$, mentre per il principio di relatività $c =$ costante.

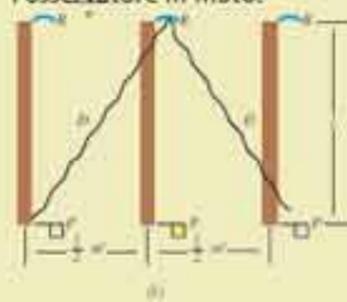
Chiamando t' il tempo impiegato dalla luce per ritornare al fotorivelatore dell'orologio in moto, si ha allora per il teorema di Pitagora: $D^2 = l^2 + (1/2 ut')^2$. Ma, sapendo anche che $2D = ct'$, cioè $D = ct'/2$ e che $l = ct/2$, sostituendo si ha:

$$\left(\frac{ct'}{2}\right)^2 = \left(\frac{ct}{2}\right)^2 + \left(\frac{ut'}{2}\right)^2$$

Risolvendo per t' si ha:

$$t' = \frac{t}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

Essendo u minore di c , t' è maggiore di t . Questo risultato è noto come dilatazione dei tempi, cioè stabilisce che, misurato dall'osservatore in quiete nel laboratorio, il tempo scorre più lentamente che per l'osservatore in moto.



Come conseguenza di questa relatività temporale caratterizzata da

ha anche una relatività spaziale caratterizzata dalla contrazione delle lunghezze dei corpi in movimento. Con formalismo matematico, il principio di relatività einsteiniano può essere espresso dicendo che, dati due sistemi di riferimento cartesiani $O(x,y,z)$ e $O'(x',y',z')$, tali che O' trasli rispetto a O nel senso positivo dell'asse x con velocità v , le leggi della fisica non variano formalmente se si assumono le leggi di trasformazione di Lorentz

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y = y'$$

$$t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad z = z'$$

L'importanza delle leggi di trasformazione di Lorentz, di cui Einstein afferma la validità, consiste nel fatto che esse, a differenza delle trasformazioni di Galileo, sono valide anche per l'elettromagnetismo. Utilizzando queste trasformazioni, Einstein trova per l'equazione fondamentale della dinamica $F = ma$ un'espressione diversa, in cui in luogo della massa costante m trova una massa dipendente dalla velocità v :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

dove la massa m_0 differisce notevolmente dalla cosiddetta massa a riposo m_0 solo per velocità prossime a quella della luce nel vuoto c . Una importante conseguenza è che l'energia cinetica di un corpo viene a dipendere dalla variazione della massa del corpo stesso, per cui nasce una stretta affinità tra massa e energia: se un corpo riceve o perde energia, deve di conseguenza ricevere o perdere una quantità proporzionale di massa.

La relazione è la famosa *relazione di Einstein* $E = mc^2$, trovata per via puramente teorica, di cui è stata dimostrata l'esattezza negli esperimenti di fisica nucleare delle alte energie.

Lavoro in cui Einstein introduce la Relatività ristretta: originale in tedesco e traduzione inglese





ALBERT EINSTEIN: la relatività generale

Negata la realtà di uno spazio assoluto, Einstein ritiene che non abbia senso pensare che esistano sistemi di riferimento privilegiati, ed estende il suo principio di relatività a tutti i sistemi di riferimento: è la teoria della relatività generale.

L'intuizione che porta Einstein alla formulazione della teoria della relatività generale è la scoperta del principio di equivalenza: un sistema in moto uniformemente accelerato rispetto alle stelle fisse è equivalente a un sistema in stato di quiete in presenza di forze gravitazionali. In una conferenza in Giappone Einstein ricorda: "Nel 1907 ero seduto sulla mia sedia dell'ufficio brevetti di Berna quando all'improvviso mi venne un pensiero, il pensiero più felice della mia vita: se una persona cadesse liberamente non sentirebbe più il suo stesso peso. Ne fui colpito. Questo semplice pensiero mi indirizzò verso una teoria della gravitazione quale è la relatività generale." Da ciò Einstein capisce che il principio di equivalenza è reale, perché un oggetto in caduta libera si può pensare come se fosse in un sistema di riferimento accelerato caratterizzato da un'accelerazione uguale e contraria a quella di gravità. Le conseguenze della relatività generale sono di eccezionale importanza ma estremamente difficili da spiegare con concetti semplici: si trova che un raggio di luce deve incurvarsi nelle vicinanze di una massa gravitazionale.

la presenza di una massa gravitazionale modifica in un certo senso la geometria dello spazio. Come conseguenza di questo si arriva a prevedere e giustificare alcuni fenomeni, come l'effetto di lente gravitazionale, un moto aggiuntivo nel verso di rivoluzione del perielio di pianeti in campi intensi, come nel caso di Mercurio, la formazione di buchi neri in cui i raggi sono così fortemente deviati da non potersi allontanare.

È importante osservare che la teoria della gravitazione di Einstein ha come approssimazione, nei casi di campi poco intensi, la teoria di Newton, che è quindi applicabile nella maggior parte dei fenomeni a livello planetario.

Si racconta un episodio che aiuta a capire la difficoltà della relatività generale: scrissero che tale teoria poteva essere compresa in tutto il mondo solo da tre scienziati, due dei quali erano lo stesso Einstein e il grande astronomo inglese Sir Arthur Eddington (1882-1944). Sir Arthur si chiese allora chi potesse mai essere il terzo!

Effetto fotoelettrico

Anche Einstein partecipa al dibattito sulla meccanica quantistica, in pieno sviluppo nei primi venticinque anni del ventesimo secolo. Davanti a molti esperimenti che non tomavano (tra cui l'effetto fotoelettrico) alla luce della fisica di Newton e Maxwell, Einstein afferma: "La teoria ondulatoria della luce, che fa uso di funzioni spaziali continue, si è mostrata ottima per quel che riguarda i fenomeni puramente ottici e sembra veramente insostituibile in questo campo. Tuttavia bisogna tenere presente che le osservazioni ottiche si riferiscono a valori medi nel tempo e non a valori momentanei; è così pensabile che tale teoria possa entrare in conflitto con l'esperienza, qualora venga applicata ai fenomeni di emissione e assorbimento della luce".

L'effetto fotoelettrico consiste nell'emissione di elettroni provocata da una radiazione di una certa frequenza che incide sulla superficie di un materiale. La fisica classica non era in grado di spiegare il fatto che l'emissione avveniva solo al di sopra di una certa frequenza di soglia, caratteristica del materiale, ma indipendente dall'inten-

sità della radiazione incidente. Da tale intensità dipende soltanto il numero di elettroni emessi.

Einstein, intuendo che la natura della luce doveva essere diversa e che la teoria di Maxwell aveva un dominio di validità ristretto, vede come unica possibilità di spiegazione l'ipotesi dei **quanti di luce** intesi come piccole quantità di energia localizzate nello spazio che si muovono senza suddividersi.

Gli elettroni sono emessi quando l'energia $h\nu$ del quanto è maggiore all'energia E_0 di legame.

L'energia cinetica dell'elettrone emesso è quindi data da:

$$\frac{1}{2} m v^2 = h\nu - E$$

L'interpretazione dell'effetto fotoelettrico vale a Einstein l'assegnazione del premio Nobel per la fisica nel 1921.

"La cosa più bella che noi possiamo provare è il senso del mistero. Esso è la sorgente di tutta la vera arte e di tutta la scienza. Colui che non ha mai provato questa emozione, colui che non sa più fermarsi a meditare e rimanere rapito in timorosa ammirazione, è come morto: i suoi occhi sono chiusi. [...] Sapere che ciò che per noi è impenetrabile esiste realmente [...], questa conoscenza, questo sentimento è al centro della vera religiosità. In questo senso, e solo in questo senso, io appartengo alla schiera degli uomini profondamente religiosi."

Albert Einstein "Come io vedo il mondo"

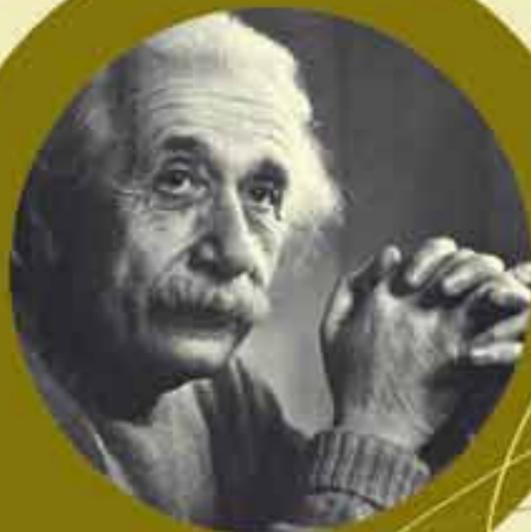
L'ultima pagina scritta da Einstein, datata 1955. Si tratta di algebra tensoriale, usata da Einstein per la formulazione matematica della teoria della Relatività Generale.



Einstein



Curvatura delle onde luminose per effetto della gravitazione, giustificata da Einstein nella teoria della relatività generale.



Albert Einstein



NIELS BOHR :

l'atomo quantizzato (1885 -1962)

Nasce a Copenaghen da una famiglia in cui sono molto vivi gli interessi scientifici. Il padre di Niels è infatti il fisiologo Christian. Frequenta l'Università di Copenaghen dove nel 1911 consegue il dottorato discutendo una tesi sulla teoria elettronica dei metalli. Nel 1911 si trasferisce a Cambridge al Cavendish Laboratory, sotto la guida di J.J.Thomson. Nel novembre del 1911 incontra E. Rutherford e, interessato al suo lavoro sulla diffusione delle particelle α , studia per tre mesi all'Università di Manchester. Torna nel 1912 a Copenaghen dove ottiene un posto di professore associato all'Università. Nel 1913 Bohr pubblica il suo modello atomico per cui riceverà nel 1922 il Premio Nobel per la Fisica. Collabora, a partire dal 1920, alla realizzazione dell'Istituto di Fisica teorica di Copenaghen, di cui tiene la direzione per quarant'anni. Tale Istituto sarà in seguito dedicato al suo nome. Nel 1911 Rutherford aveva sviluppato il suo modello planetario dell'atomo: un nucleo di carica positiva in cui era concentrata la gran parte della massa attorno al quale, come pianeti leggerissimi, ruotano gli elettroni su orbite chiuse. Il modello presentava tuttavia due principali difficoltà. Secondo le leggi della meccanica classica, gli elettroni avrebbero dovuto irradiare perdendo così energia e andando a cadere sul nucleo: l'atomo sarebbe risultato di conseguenza instabile. La teoria di Rutherford non era compatibile col fatto che gli atomi sono sostanzialmente tutti della stessa

dimensione. Bohr si rende conto di queste difficoltà e affronta il problema a partire dai dati sperimentali riguardanti gli spettri di emissione dell'atomo. Un altro problema che sconcertava gli scienziati dell'epoca era quello di spiegare la distanza tra le righe negli spettri discreti, come quello dell'atomo di idrogeno. Nel 1885 J. Balmer, un professore di liceo svizzero, si accorge di una regolarità nelle righe spettrali dell'atomo di idrogeno: esse potevano essere rappresentate da una formula empirica molto semplice:

$$\lambda = \frac{3645,6 n^2}{n^2 - 4}$$

dove λ è la lunghezza d'onda in Ångstrom (1 Ångstrom = 10^{-10} metri) e n un numero intero positivo ≥ 3 . La formula è stata poi generalizzata dallo spettroscopista svedese J. Rydberg nel modo seguente :

$$v = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

dove m e n sono numeri interi, v è la frequenza dell'onda ($= 1/\lambda$) e R è una costante, detta costante di Rydberg, che vale $109677,58 \text{ cm}^{-1}$. La relazione di Planck tra energia e frequenza di un oscillatore, $E = hv$, suggeriva che le formule di Balmer e Rydberg si potevano ottenere supponendo che l'emissione di una radiazione di frequenza v avvenisse in corrispondenza del salto di un elettrone tra due orbite separate da un intervallo discreto di energia. Bohr mostra che la formula di Balmer si poteva ottenere facendo tre ipotesi "ad hoc":

- 1- L'elettrone nell'atomo di idrogeno si muove su un'orbita circolare attorno al nucleo sotto l'effetto della forza di Coulomb obbedendo alle leggi della meccanica classica.
- 2- Non tutte le orbite sono permesse, come prevedrebbe la teoria classica, ma soltanto quelle per le quali il momento angolare orbitale dell'elettrone L è un multiplo intero della costante

$$L = n \frac{h}{2\pi}$$

(h è la costante di Planck).



Francobollo dedicato a Bohr

cioè $L = n\hbar$ ($n = 1, 2, 3, \dots$). Di conseguenza, le energie delle orbite permesse risultano date dall'espressione

$$E_n = -R^* \frac{1}{n^2}$$

dove R^* è una costante che contiene la carica e la massa dell'elettrone e la costante h .

3- Nonostante sia accelerato radialmente, l'elettrone non irradia finché si trova su una delle orbite, e quindi la sua energia resta costante.

Seguendo questa impostazione, Bohr ottiene non solo la struttura della formula di Balmer ma anche un valore di R^* pienamente in accordo con la costante di Rydberg R e un valore delle dimensioni dell'atomo corrispondente ai valori sperimentali. La più piccola orbita permessa risulta avere un raggio di 0,529 Ångstrom, valore che ha preso il nome di **raggio atomico di Bohr**. Le regole di Bohr possono poi essere completate dal postulato di Einstein per cui la radiazione è emessa quando un elettrone, che si muove su un'orbita di energia totale E_i , salta su un'orbita di energia E_f .

La frequenza v della radiazione emessa è data dalla differenza delle due energie divisa per la costante di Planck $v = (E_i - E_f)/h$.

Il modello di Bohr, un misto di risultati della fisica classica e di assunzioni ad hoc in contrasto con alcune leggi della fisica classica stessa, ha costituito tuttavia un grande progresso sulla strada della comprensione delle leggi della meccanica quantistica. Meglio di ogni altro, Einstein dà questo giudizio sull'intuizione di Bohr: "Che queste basi malsicure e contraddittorie bastassero ad un uomo con l'istinto e acutezza unici di Bohr, a scoprire le leggi fondamentali delle righe spettrali, delle orbite elettromagnetiche negli atomi e perfino la loro importanza per la chimica, mi sembrò allora un miracolo e tale mi sembra ancor oggi".

Note di Bohr, 1921



Heisenberg e Bohr





ERWIN SCHRÖDINGER e MAX la Meccanica

Erwin Schrödinger (1887 - 1961) nasce a Vienna, dove studia e si laurea nel 1910.

Nel 1920 diviene assistente di Max Wien e si trasferisce a Zurigo: lì ha l'occasione di lavorare con Weyl e Debye. Nel 1926, al termine della sua permanenza nella capitale elvetica, formula la famosa equazione che lo porterà al Premio Nobel nel 1933.

Nel 1927 si reca a Berlino come successore di Planck, ma nel 1933 decide di lasciare la Germania per sottrarsi al regime di Hitler.

Dopo varie vicissitudini si stabilisce a Dublino, dove conclude la sua carriera accademica nel 1955.

L'equazione di Schrödinger

All'inizio degli anni '20, quando Schrödinger inizia a occuparsi di fisica atomica, la teoria delle "onde di materia" di Louis de Broglie rappresenta uno dei risultati più clamorosi della "nuova fisica" che si sta sviluppando in quegli anni. Per questo motivo, Schrödinger si rende presto conto che una soluzione al problema della quantizzazione dei livelli atomici non può essere formulata senza tener conto della natura ondulatoria degli elettroni; inizia così a cercare un'equazione d'onda per il moto degli elettroni che richiami in qualche modo quella che determina la propagazione della luce. Le caratteristiche fondamentali di cui Schrödinger tiene conto in questo studio sono quelle definite dalle equazioni di Einstein e de Broglie: $E = h\nu$ e $\lambda = h/p$.

Utilizzando queste relazioni, è possibile esprimere il momento p e l'energia E in forma di derivate, ricavandoli dalla generica equazione delle onde; si ottiene l'identificazione:

$$\frac{h}{\lambda} \leftrightarrow \frac{h}{x} \quad E \leftrightarrow \frac{h}{t}$$

D'altro lato, gli elettroni dovranno rispettare la relazione fra momento ed energia a cui obbediscono tutte le particelle soggette a un potenziale V :

$$\frac{p^2}{2m} + V(x,t) = E \quad \text{dove} \quad \frac{p^2}{2m}$$

è l'energia cinetica della particella.

In questa considerazione sta il tratto saliente dell'intuizione di Schrödinger: se da un lato gli elettroni presentano spiccate attitudini ondulatorie (e quindi vanno descritti mediante un'equazione d'onda), dall'altro essi rimangono corpuscoli, quindi devono soddisfare (almeno in una forma più generale) le equazioni del moto valide per i punti materiali. Per finire, si sostituiscono p ed E nell'ultima equazione e si ottiene:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(x,t) + V(x,t) = \hbar \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t}$$

Si può usare questa equazione per effettuare calcoli in varie situazioni fisiche: Schrödinger si accorge subito che non solo essa fornisce risultati sorprendenti in diversi casi (tra cui il "famigerato" atomo di idrogeno), ma è anche in grado di fare previsioni su fenomeni ancora da indagare: è proprio questo fatto a sancire la fortuna dell'equazione, che diviene presto un caposaldo di tutta la fisica del Novecento. Va ricordato che, circa nello stesso periodo, Heisenberg mette a punto una diversa formulazione della Meccanica Quantistica basata sugli operatori e non sull'equazione delle onde: sarà Dirac a dimostrare l'equivalenza delle due formulazioni (per questo motivo Dirac riceverà il Premio Nobel insieme a Schrödinger nel 1933, mentre Heisenberg era già stato premiato l'anno precedente). La corretta interpretazione degli spettri di diverse specie atomiche (e non solo dell'idrogeno) sancisce il definitivo successo dell'equazione di Schrödinger.

Max Born e l'interpretazione probabilistica della funzione d'onda

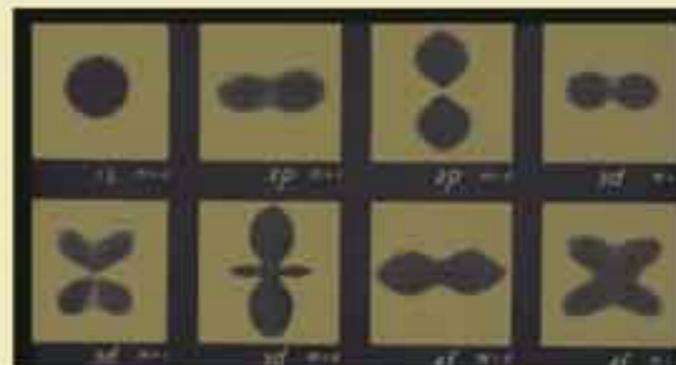
La prima constatazione che si impone osservando l'equazione delle onde di Schrödinger è che la $\Psi(x,t)$ può assumere valori complessi: il problema di quale sia l'effettivo significato fisico di una funzione d'onda a valori complessi scatena subito un acceso dibattito, destinato a protrarsi fino a oggi. Tocca a Max Born (1882 - 1970), a pochi mesi di distanza dalla pubblicazione del lavoro di Schrödinger, la "fortuna" di formulare un'interpretazione della funzione d'onda che fornirà risultati clamorosi. Egli prende spunto da un'osservazione di Einstein sul significato dell'intensità della luce in termini del numero di fotoni: l'intensità deve rappresentare in qualche modo il numero di fotoni, inteso naturalmente in senso statistico. Secondo Born, la $\Psi(x,t)$ non ha alcun significato fisico: è il modulo quadro della funzione d'onda ad avere un significato, e precisamente esso rappresenta (in analogia con l'ipotesi di Einstein) la probabilità di trovare la particella in un certo punto x al tempo t .

Il successo di questa interpretazione

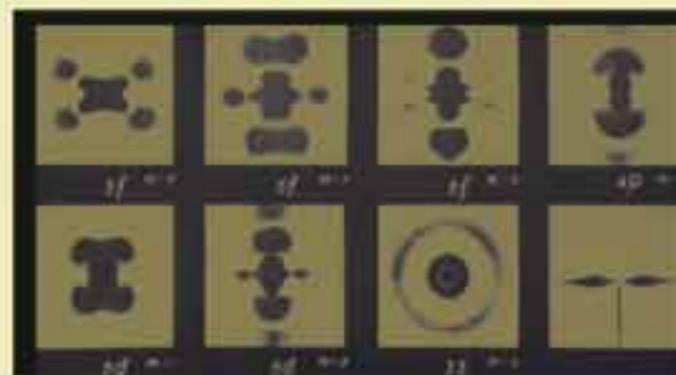
$$(x,t) \quad |\Psi(x,t)|^2$$

probabilistica della funzione d'onda segna (insieme al principio di indeterminazione di Heisenberg) la fine del determinismo in fisica: nel mondo microscopico non è più possibile fare previsioni certe sul comportamento della singola particella, ma soltanto dare informazioni di tipo statistico. Per esempio, possiamo determinare quale sarà la posizione più probabile per una particella, ma nessuno ci garantisce che essa vada proprio a disporsi in quel punto!

L'impatto culturale di questa nuova visione del mondo avrà effetti devastanti in ambito fisico, tanto che lo stesso Schrödinger manifesterà in varie occasioni il suo disaccordo con l'interpretazione di Born. Negli anni '50, la formulazione delle teorie di campo fornirà una versione alternativa della Meccanica Quantistica che renderà più "comprensibile" il problema della funzione d'onda: tuttavia la questione è da considerarsi tuttora aperta.



Le nubi elettroniche secondo la teoria dell'atomo di Schrödinger



Erwin Schrödinger



LOUIS - VICTOR DE BROGLIE: anche le particelle sono onde (1892 -

Nasce a Dieppe, da una nobile famiglia di origine piemontese. Si laurea in Storia ma in seguito si appassiona agli studi di Fisica e inizia a lavorare nel laboratorio del fratello maggiore Maurice (1875 - 1960), fisico sperimentale.

Ben presto Louis - Victor scopre il suo vero interesse: la Fisica teorica, dedicandosi in particolare agli studi sulla radiazione elettromagnetica.

È il periodo in cui Einstein ipotizza che la radiazione debba necessariamente presentare proprietà sia corpuscolari sia ondulatorie. Inizialmente, de Broglie è più propenso a una teoria puramente corpuscolare: *"dal punto di vista dei quanti di luce, i fenomeni di interferenza possono apparire collegati dall'agglomerazione di atomi di luce, i cui moti non sono indipendenti ma coerenti"*.

Si convince tuttavia ben presto che per le radiazioni esiste veramente un dualismo di comportamento onda-particella e intuisce che tale dualismo debba essere esteso anche alla materia.

Nel 1924 de Broglie pubblica questa ipotesi nella sua tesi di dottorato.

La scoperta dell'aspetto ondulatorio della materia avviene in modo del tutto particolare: **non è suggerita da fatti sperimentali ma è formulata in base a considerazioni teoriche.**

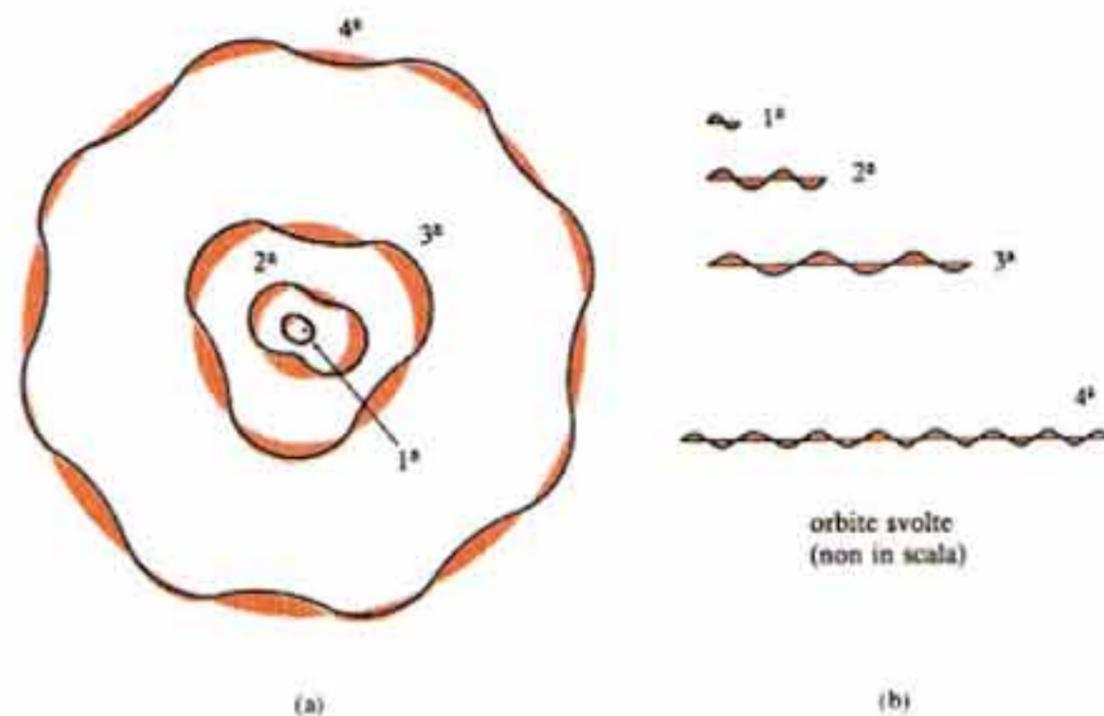
De Broglie suppone che, come a un'onda elettromagnetica di frequenza ν , cioè di lunghezza d'onda $\lambda = \nu / c$ corrisponde un fotone di energia $W = h \nu$ e di quantità di moto $p = h/\lambda$, così a una particella di energia W e di quantità di moto p deve corrispondere un'onda di lunghezza $\lambda = h/p$. Per questa onda de Broglie determina anche la relativa equazione di propagazione, attualmente nota come equazione delle onde materiali. De Broglie ha una conferma della sua ipotesi considerando le possibili orbite di un elettrone all'interno di un atomo per le quali Bohr aveva introdotto una regola di quantizzazione "ad hoc". De Broglie ritrova le stesse regole postulando che le uniche orbite possibili siano quelle che contengono un numero intero della lunghezza d'onda assegnata all'elettrone.

Einstein considera con estremo interesse l'ipotesi di de Broglie, commentando che egli "ha sollevato un angolo del gran velo", e, grazie proprio a tale ipotesi, riesce a render conto di un termine in un suo lavoro di statistica quantistica. È interessante ricordare che è stata proprio la lettura di questo lavoro di Einstein a fornire a Schrödinger il punto di partenza per la formulazione della meccanica ondulatoria. Naturalmente, per essere universalmente accettata, l'ipotesi ondulatoria di de Broglie doveva avere delle conferme sperimentali: queste vengono nel 1927 grazie ai brillanti esperimenti sui fasci di elettroni eseguiti da C. J. Davisson e L. H. Germer. Nel 1929 de Broglie è insignito del Premio Nobel. De Broglie, come del resto la maggior parte dei fisici dell'epoca, è però convinto che le sue onde non possano essere pensate come onde fisiche propaganti nello spazio ordinario: sono i primi passi verso l'interpretazione probabilistica delle funzioni d'onda.

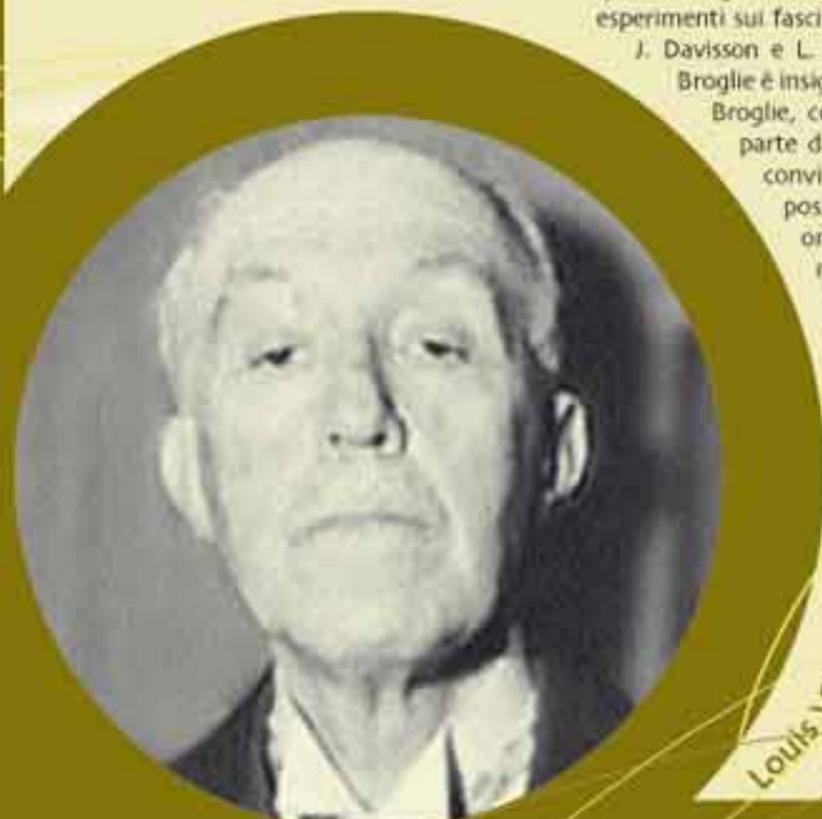


Francobollo commemorativo di De Broglie

Disegno delle orbite elettroniche



Il modello di de Broglie dell'atomo di idrogeno in cui sono presentate (a) alcune delle possibili orbite e (b) le orbite svolte come onde stazionarie.



Louis Victor De Broglie

WERNER HEISENBERG:

il Principio di Indeterminazione (1901 - 1976)

Werner Heisenberg nasce a Wurzburg il 5 dicembre 1901. Frequenta il Ginnasio a Monaco e si indirizza poi verso gli studi di fisica teorica, prima con Sommerfeld e, dopo la laurea, con Bohr. Dal 1924 al 1926 è prima assistente e in seguito professore universitario a Gottinga, con Max Born e poi a Copenhagen con Niels Bohr.

Torna in Germania nel 1927, chiamato alla cattedra di Fisica Teorica di Lipsia, dove resta sino al 1941. Durante la seconda guerra mondiale si sposta a Berlino, dove dirige l'Istituto Kaiser Wilhelm. Non è mai stata accertata, durante tale periodo, la sua effettiva collaborazione al progetto tedesco per la costruzione della bomba atomica. Al termine della guerra, dopo un breve periodo di prigionia in Inghilterra, torna in Germania dove fonda l'Istituto Max Planck per la Fisica.

Nelle sue ricerche Heisenberg è fortemente influenzato dall'amicizia con Pauli con il quale discute tutte le sue più grandi intuizioni.

Il punto di partenza del suo approccio alla fisica, che possiamo considerare veramente rivoluzionario, è la convinzione che la fisica è

capace di parlare solo di ciò che si può realmente osservare. Per l'atomo, ciò che si poteva vedere era solo il fotone emesso da un elettrone che saltava da un livello energetico a un altro.

Per descrivere questo salto, matematicamente, si aveva bisogno di "funzioni" che potessero lavorare su due indici, uno per ogni livello energetico dell'elettrone. Sono stati così introdotti gli operatori associati univocamente alle osservabili fisiche.

Quando i calcoli teorici relativi a questo modello risultarono in accordo con gli spettri atomici, scrive Heisenberg, "...la mia prima reazione fu di sgomento; ebbi l'impressione di osservare, oltre la superficie dei fenomeni atomici, un livello più interno di misteriosa bellezza".

Sono le basi per la formulazione della Meccanica Quantistica che sarà affiancata l'anno successivo dalla descrizione ondulatoria di Erwin Schrödinger.

Eppure non era possibile, con nessuno dei due modelli, predire la traiettoria di un elettrone nell'atomo e tanto meno di un elettrone libero, anche se sperimentalmente si erano costruite macchine, dette camere a nebbia, in cui era visibile la traccia lasciata dall'elettrone.

"Mi concentrai sulla rappresentazione matematica della traiettoria di un elettrone in una camera a nebbia, ma ben presto mi resi conto di avere davanti ostacoli insormontabili. Cominciai allora a chiedermi se non avevamo formulato il problema in modo sbagliato. Ma sbagliato perché? Avevamo sempre sostenuto che la camera a nebbia ci mostrasse la traiettoria dell'elettrone, ma forse non vedevamo altro che una serie di punti discreti e mal definiti attraverso i quali l'elettrone era passato. Quindi il problema matematico andava formulato in un altro modo: la Meccanica Quantistica è in grado di rappresentare il fatto che un elettrone si trova approssimativamente in un punto dato e che si sposta approssimativamente a una velocità data? Bastò qualche calcolo la mattina dopo all'Istituto per trovare che i limiti dell'approssimazione sono determinati dal prodotto delle incertezze relative alla misurazione della posizione e della velocità".

In particolare, $x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{\pi}$ e $E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{\pi}$, dove x e p_x rappresentano rispettivamente posizione e quantità di moto della particella, t è il tempo, E l'energia e h la costante di Planck, che ha

valore $6.63 \cdot 10^{-34}$ Js.

Ciò non significa che non si possa localizzare spazialmente una particella o misurarne la quantità di moto con la precisione voluta, ma che le due operazioni sono incompatibili.

Come conseguenza, poiché per determinare la traiettoria di una particella occorre conoscere con esattezza la sua posizione e la sua velocità, perde significato la nozione stessa di traiettoria.

A queste conclusioni Heisenberg dà il nome di "Principio di Indeterminazione".

Negli anni successivi Einstein, non convinto delle conseguenze di questo calcolo, ideò centinaia di situazioni sperimentali tentando di confutare questo principio, senza mai riuscirci. Infatti la conseguenza assurda del Principio d'Indeterminazione è la distruzione del determinismo classico a favore di un'indeterminazione intrinseca, una imprecisione ineliminabile dovuta alla presenza dell'osservatore.

Per il suo contributo essenziale alla Meccanica Quantistica, centrato soprattutto sullo sviuppo di una cinematica quantistica generale

contenente solo variabili osservabili, Heisenberg riceve nel 1932 il Premio Nobel per la fisica.



Werner Heisenberg



Conferenza di Copenhagen del 1930. Accanto a Heisenberg, terzo in prima fila, Born (secondo), Pauli (4) e Gamow (5).